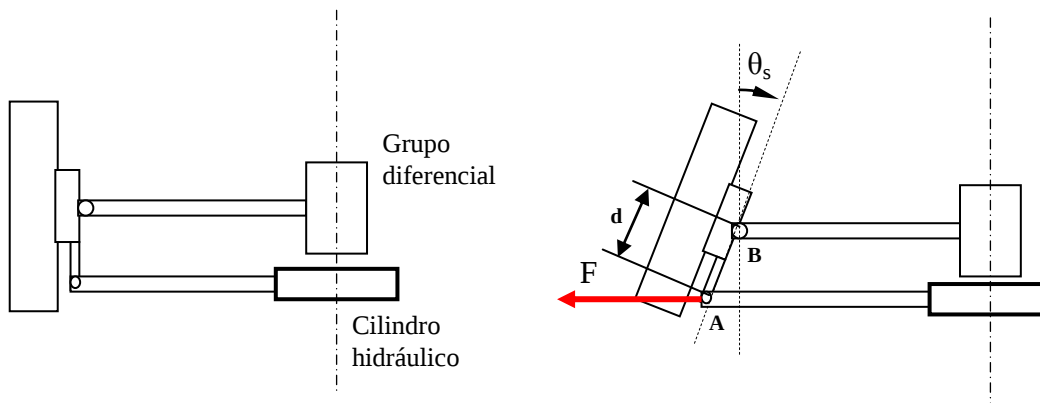
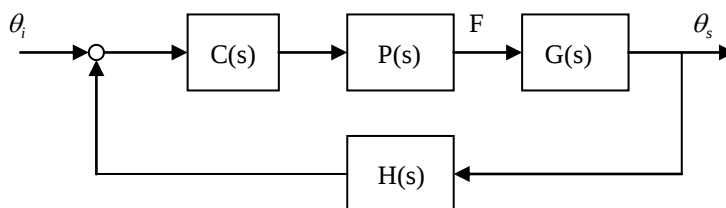


1. Problema (3 puntos - 45 minutos)

Un sistema de servodirección en un automóvil permite reducir el esfuerzo que el conductor debe efectuar para girar el volante. Este dispositivo es especialmente útil en maniobras de aparcamiento.



Mediante un captador en la rótula A se dispone del valor de θ_s . Al actuar sobre el volante del automóvil, se conoce también el ángulo girado por el conductor θ_i (referencia o entrada del sistema), teniendo en cuenta que la desmultiplicación entre el giro del volante y las ruedas es de 9:1 (H(s)). La orden de giro proporcionada por el conductor al girar el volante, produce una sobrepresión por parte del actuador (cilindro hidráulico), generando sobre la cremallera de dirección una fuerza F que se aplica sobre la rótula A, provocando el giro de las ruedas. Debido a la masa del tren de rodadura y al contacto de la rueda con el suelo existirán asociados al equilibrio de momentos o pares sobre la rótula B las constantes J y B correspondientes al momento de inercia del conjunto y al rozamiento viscoso respectivamente. El comportamiento dinámico del actuador hidráulico $P(s)$ se puede aproximar a un filtro paso bajo de primer orden de pulsación a la frecuencia de corte de 2 rad/s y ganancia estática 5. $C(s)$ es un bloque compensador de valor k .



Nota: $J = 5 \text{ kgm}^2$ $B = 25 \text{ Nms}$ $d = 25 \text{ cm}$

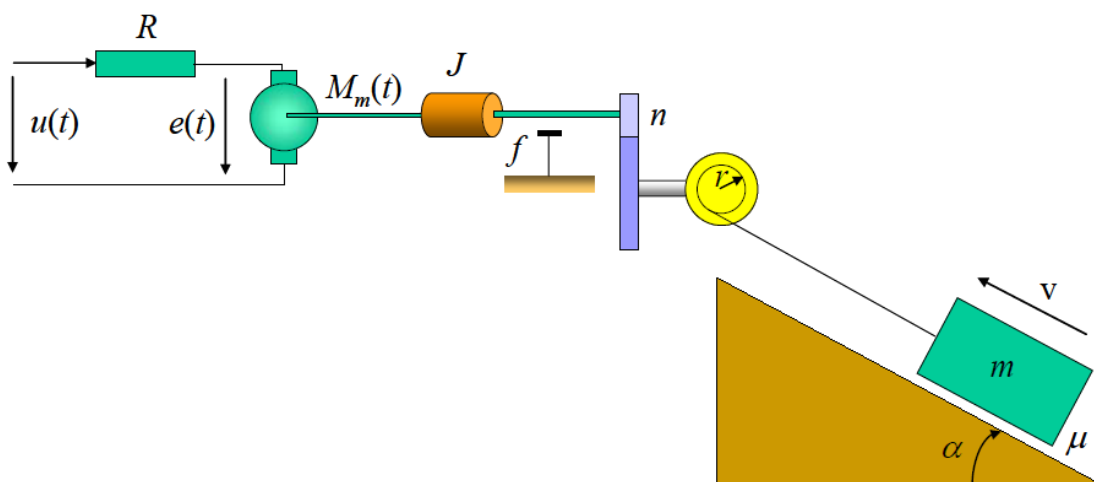
Se pide:

- Ecuación diferencial que relaciona la fuerza F con el ángulo girado θ_s . Linealizar la expresión para $\theta_s = 0$ y condiciones iniciales nulas.
- Expresión de la función de transferencia en cadena abierta y en la cadena cerrada.
- Valor de k para que el error de seguimiento en lazo cerrado sea menor de un 0.05 rad/s ante una entrada en rampa unitaria.
- Trazado directo de las raíces.
- Valor de k para que el sistema sea críticamente estable.

e) $K_{crit} = 15.6$

Problema 2 (3 puntos -50 minutos)

La figura representa el mecanismo de elevación de una masa m situada sobre una rampa. El sistema es movido mediante un motor de corriente continua controlado por inducido, acoplado a un reductor de relación n cuyo eje lento está unido a una polea. En esta polea, a una distancia r del centro de giro, está enrollada la cuerda inextensible utilizada para tirar de la masa m hacia arriba. Dicha masa sufre una fricción proporcional a la fuerza normal a la superficie de deslizamiento mediante el coeficiente de fricción seca μ .



Los parámetros asociados al sistema son los siguientes:

$R = 1\Omega$	Resistencia del inducido del motor
$K_p = 0.15 \text{ Nm/A}$	Cte. de par del motor
$K_e = 0.15 \text{ V/rad} \cdot \text{seg}^{-1}$	Cte. eléctrica del motor
$J = 0.01 \text{ Kg m}^2$	Inercia del motor
$f = 0.05 \text{ Nm/rad} \cdot \text{seg}^{-1}$	Fricción viscosa del eje del motor
$n = 100$	Relación de reducción
$r = 0.08 \text{ m}$	Radio de enrollamiento de la polea
$m = 100 \text{ Kg}$	Masa a elevar
$\mu = 0.4$	Coef. De fricción seca entre la masa m y la superficie
$\alpha = 30^\circ$	Angulo de inclinación de la rampa

Se dispone de una dinamo tacométrica acoplada al eje del motor de ganancia $K_w = 0.08 \text{ V/rad} \cdot \text{seg}^{-1}$

Se pide:

- Considerando la Inductancia del motor nula, plantear las ecuaciones diferenciales que rigen el sistema que relacionan la velocidad lineal de la masa, con la tensión de entrada al motor, la velocidad lineal de salida, y la tensión medida por el sensor. (3 puntos)
- Obtener la función de transferencia que relaciona la velocidad con la tensión del motor considerando como punto de equilibrio (el cual hay que obtener) aquel que logra que el sistema esté parado. (1 puntos)
- A partir de este apartado considerar que se dispone de un sensor cuya señal es proporcional con constante unitaria a la velocidad lineal de la masa. Considerando la función de transferencia del sistema motor-masa:

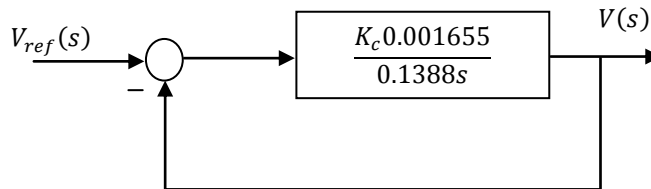
$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{0.001655}{0.1388s + 1}$$

La cual relaciona la velocidad lineal de la masa con la tensión aplicada al motor, dibújese el diagrama de bloques que mediante la compensación del error, realiza un control PI de la velocidad (poner explícitamente las funciones de transferencia). (1 punto)

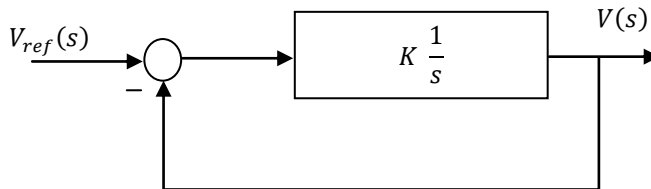
- Si ajustamos el cero del regulador de forma que se sitúe justo en $-\frac{1}{0.1388}$, caracterizar ANALÍTICAMENTE la respuesta del sistema completo en función de los valores de la ganancia ESTATICA del regulador K_R . (2 puntos)

- Obtener el diagrama de Bode y Polar que nos permiten analizar el comportamiento completo del sistema mediante los márgenes de estabilidad y el criterio de Nyquist. Obtener los valores más significativos y sacar las conclusiones que se consideren oportunas. (3 puntos)

4.- Hay un error en el enunciado, ya que lo correcto hubiera sido indicar Acción proporcional K, en vez de ganancia estática, por tanto, se dará por válida cualquier otra ganancia escogida con lógica por el alumno. Como consecuencia del posicionamiento del cero, el sistema queda muy simplificado ($T_i = 0.1388$) :



Que se puede simplificar por:

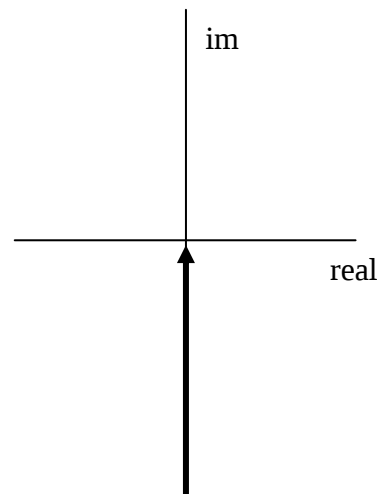
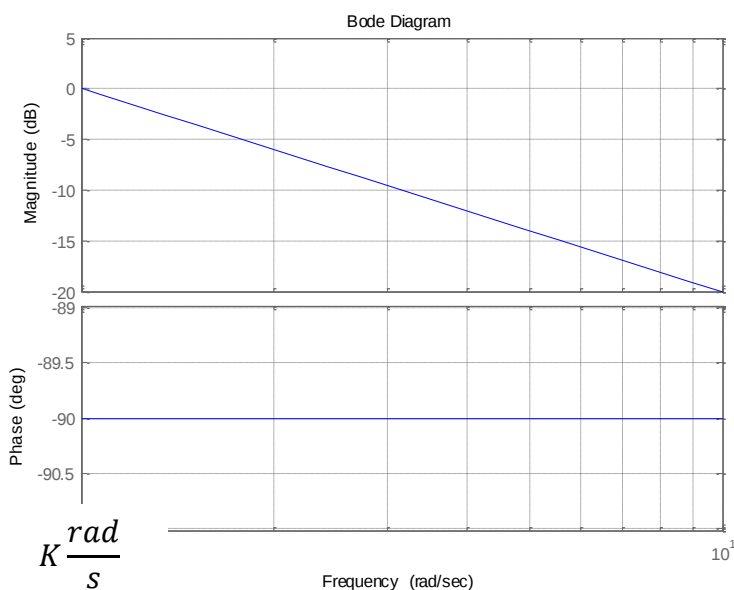


Siendo K proporcional a la ganancia del regulador ($K = 0.0119K_c$). Si resolvemos el sistema realimentado, obtenemos:

$$M(s) = \frac{K}{s + K}$$

es decir es equivalente a un sistema de primer orden con ganancia estática unitaria. Su constante de tiempo es $\tau = \frac{1}{K}$ y el tiempo de establecimiento es $t_s = 3\tau = \frac{3}{K}$

5.- El diagrama polar y de bode que hay que pintar es el del sistema encerrado, y además será función de K, pero por sus características la obtención de los márgenes de estabilidad son inmediatas. El bode, al ser un sistema de tipo uno pasa por los 0 dB (no hay más polos) a una frecuencia igual a la constante de velocidad, es decir que la frecuencia de cruce de ganancia será: $\omega_g = K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{s} = K$. Al ser la fase constante e igual a -90, el margen de fase es de -90, y el margen de ganancia es infinito (es estable para todos los valores de $K > 0$). Luego el aspecto del BODE y el diagrama polar son:



Problema 3 (2 puntos-30 minutos)

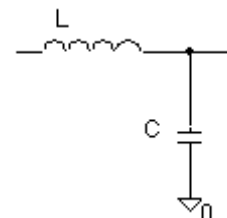
Para determinar los valores del circuito LC de la figura se le aplica una entrada impulsional. Determinar

- a) Calcular la transformada de Laplace de la señal impulsional,

$$v_e(t) = \begin{cases} 1/\varepsilon & 0 \leq t \leq \varepsilon \\ 0 & t > \varepsilon \end{cases}. \text{ Siendo } \varepsilon \text{ un valor positivo que tiende a ser cero.}$$

- b) Expresión analítica, en el dominio del tiempo, de la señal de salida al aplicar la entrada del apartado anterior.

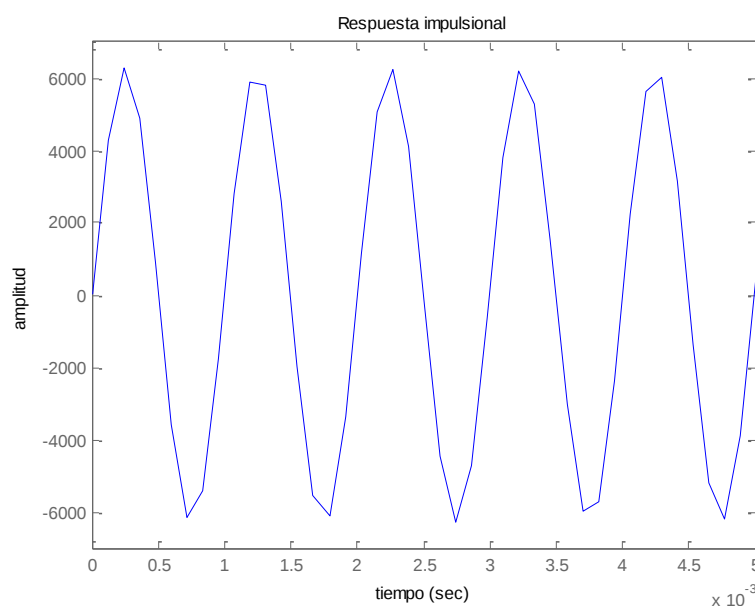
- c) La salida es medida con un osciloscopio y el armónico es de 1kHz. Determinar el valor del condensador si la bobina es de 100 mH. Representar la señal de salida ante la entrada impulsional.



a) $U_e(s) = 1$

b) $u_s(t) = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$

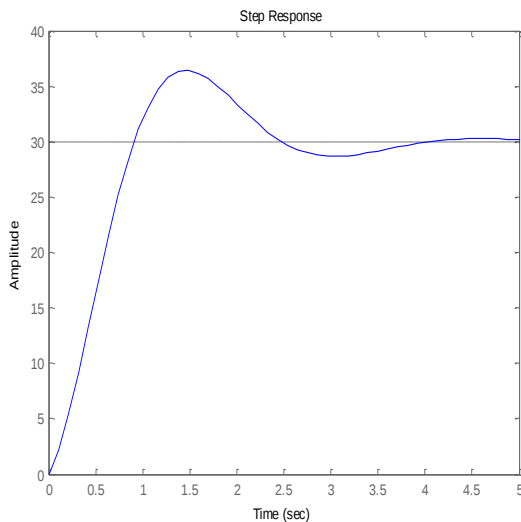
c) $C = 253 \text{ nF}$



Problema 4 (2 puntos -20 minutos)

Dibujar de forma aproximada e **indicando justificadamente** los valores más significativos la respuesta ante el escalón de las siguientes funciones de transferencia:

a) $G(s) = \frac{15(s+10)}{s^2+2s+5}$

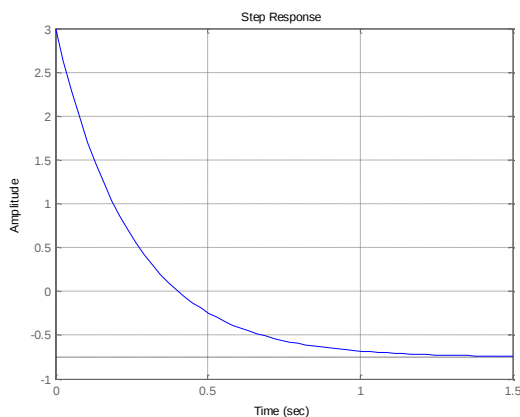


Hay claramente dos polos dominantes en $-1+2j$ y $-1-2j$. Siendo la ganancia estática de 30.

Por tanto el $t_s = \frac{\pi}{\sigma} = \pi$ y la sobreoscilación es la correspondiente a un ángulo de 63° , y es:

$$M_p = e^{-\frac{\pi}{\tan 63}} = 20.63\%$$

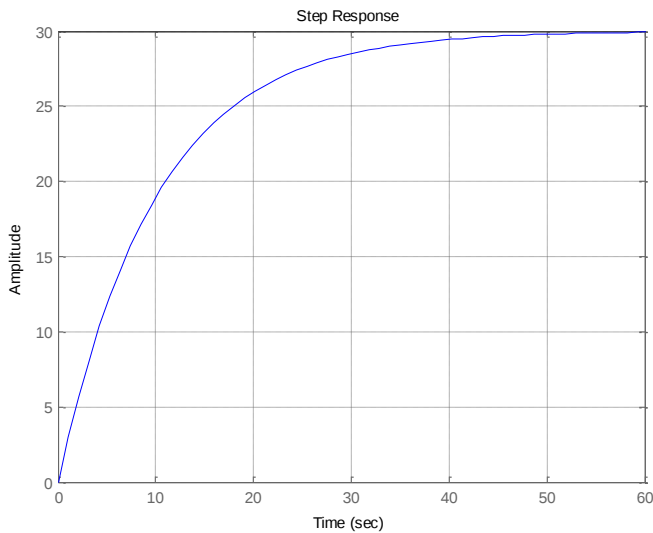
b) $G(s) = 3 \frac{s-1}{s+4}$



La dinámica del sistema es de primer orden, quedando la dinámica determinada por el polo en -4 . El valor inicial es fácilmente calculable, al igual que el valor final:

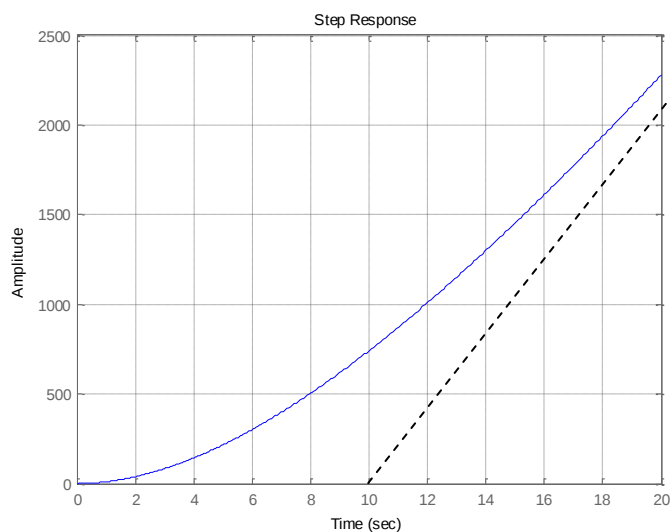
$$\begin{aligned} y(0) &= 3 \\ y_\infty &= -\frac{3}{4} \\ \tau &= 0.25 \quad t_s \cong 0.75 \end{aligned}$$

c) $G(s) = 3 \frac{e^{-s}}{s+0.1}$



Es la respuesta de un sistema de primer orden de ganancia estática 30 y con un retardo de 1 segundo, y una constante de tiempo de 10 s, por lo que el tiempo de establecimiento es de 31 s. La figura se ha pintado sin el retardo.

d) $G(s) = \frac{s+20}{s^2+0.1s}$



Es la respuesta ante una rampa de un sistema de primer orden de ganancia estática 200 (pendiente del régimen permanente) y constante de tiempo de 10 segundos (punto de corte en cero de la recta asintótica). El cero apenas tiene efecto dado que se encuentra relativamente muy lejos del polo dominante (excluyendo el del origen)